

# EXAMES SELECTIVIDADE

1. Sexan  $M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  e  $N = M + I$ , calcular  $N^2$  e  $M^3$ .

Son M e N invertíbeis? Razoar a resposta.

2. Sexan  $F_1, F_2, F_3$  e  $F_4$  as filas dunha matriz cadrada P de orde 4x4, tal que o seu determinante vale 3. Calcular razoadamente o determinante da inversa de P, o valor do determinante da matriz  $kP$ , onde k denota un número real non nulo e o determinante da matriz tal que as súas filas son  $2F_1 - F_4, F_3, 7F_2$  e  $F_4$ .

3. Calcular os valores do parámetro  $\alpha$  para os que a matriz M non ten inversa. Calcular a matriz inversa de M para  $\alpha = 2$ , se é posíbel.

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & \alpha & 3 \\ 4 & 1 & -\alpha \end{pmatrix}$$

4. Achar, se existe, unha matriz X que verifique a ecuación:

$$B^2 \cdot X - B \cdot X + X = B, \text{ sendo } B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

5. Achar todas as matrices  $A = (a_{ij})$ , cadradas de orde tres, tales que  $a_{21} = a_{32} = 0$  e  $A + A^t = 4I$ , sendo I a matriz identidade de orde tres e  $A^t$  a matriz trasposta de A, das que ademais sábese que o seu determinante vale 10.

6. Resolver a ecuación matricial:  $A \cdot X + C = B$ , sendo

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ -2 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}.$$

7. Sexan A, B e C tres matrices tales que o produto  $A \cdot B \cdot C$  é unha matriz 3x2 e o produto  $A \cdot C^t$  é unha matriz cadrada, sendo  $C^t$  a trasposta de C.

Calcular, razoando a resposta, as dimensións de A, B e C.

8. Dada  $M = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ , obtén todas as matrices X que conmutan con M, é dicir, verifican  $X \cdot M = M \cdot X$ .

Calcular a matriz  $Y$  que verifica  $M \cdot Y + M^{-1} \cdot Y = I$ , sendo  $M^{-1}$  a matriz inversa de  $M$  e  $I$  a matriz unidade de orde 2.

9. Dada a matriz  $A = \begin{pmatrix} m & 0 & 1 \\ 1 & 0 & m \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

9.1. Calcular os valores do parámetro  $m$  para os que  $A$  ten inversa.

9.2. Para  $m = 0$ , calcular  $A^3$  e  $A^{25}$ .

9.3. Para  $m = 0$ , calcular a matriz  $X$  que verifica  $X \cdot A = B$ , sendo  $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ .

10. Estudar, segundo os valores de  $m$ , o rango da matriz  $M = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -m \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & -m & m \end{pmatrix}$ .

Para o valor  $m = 1$ , resolver a ecuación matricial  $M \cdot X = 3A^t$ , sendo  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Para este valor de  $m$ , canto valerá o determinante da matriz  $2M^{21}$  ?

11. Sexan  $F_1, F_2, F_3$  as filas dunha matriz cadrada  $M$  de orde 3, con  $\det(M) = -2$ . Calcular o valor do determinante da matriz que ten por filas  $F_1 - F_2, 2F_1, F_2 + F_3$ .

12. Dada a matriz  $A = \begin{pmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m \\ 0 & -1 & m+1 \end{pmatrix}$

12.1. Calcular, segundo os valores de  $m$ , o rango de  $A$ .

12.2. Para  $m = -1$ , calcular a matriz  $X$  que verifica  $X \cdot A + A = 2I$ .

13. Dada a matriz  $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ , achar dúas matrices  $X$  e  $Y$  que verifican:  $\begin{matrix} X + Y^{-1} = C \\ X - Y^{-1} = C^t \end{matrix}$ .

14. É compatíbel determinado o sistema de ecuacións  $\begin{cases} 3x+2z = 2 \\ 5x+2y = 1 \\ x-2y+4z = 3 \end{cases}$ ? Xustificar a

resposta. Como consecuencia da resposta anterior, xustificar se ten unha, ningunha ou máis dunha solución ese sistema.

15. Discutir o seguinte sistema de ecuacións lineais segundo os valores do parámetro  $a$  e resolvelo no caso de que sexa compatíbel determinado.

$$\begin{cases} x+y+z = a-1 \\ ax+2y+z = a \\ x+y+az = 1 \end{cases}$$

16. Discutir e resolver, segundo os valores do parámetro  $a$ , o seguinte sistema de ecuacións. Interpretalo xeometricamente en cada caso:

$$\begin{cases} 2x-3y+z = 0 \\ x-ay-3z = 0 \\ 5x+3y-z = 0 \end{cases}$$

17. Discutir e interpretar xeometricamente, segundo os diferentes valores do parámetro  $m$ , o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 2x-y+z = 0 \\ x-2y+z = m \\ mx-y+z = 0 \end{cases}$$

Resvelo, se é posíbel, para os casos  $m=0$  e  $m=2$ .

18. Discutir, segundo os valores do parámetro  $m$ , o sistema de ecuacións lineais:

$$\begin{cases} y+mz = 0 \\ x+z = 0 \\ mx-y = m \end{cases}$$

Resvelo para o caso  $m=0$ .

19. Definir sistemas de ecuacións lineais equivalentes e poñer un exemplo de dous sistemas equivalentes.

20. Dado o sistema  $\begin{cases} x+y+z = 2 \\ 2x+3y+5z = 11 \\ x-5y+6z = 29 \end{cases}$ , encontrar un sistema de tres ecuacións con tres

incógnitas equivalente a el, tal que a matriz de coeficientes sexa triangular superior.

21. Discutir, segundo os valores do parámetro  $m$ , o seguinte sistema de ecuacións lineais:

$$\begin{cases} 2x+3y+z = m \\ x-2y+z = 2 \\ 3x+y+2z = 1 \end{cases}$$

Resolvelo, se é posíbel, para o caso  $m = -1$ .

**22.** Discutir, segundo os valores do parámetro  $m$ , o seguinte sistema de ecuacións lineais:

$$\begin{cases} 3x-y-3z = m \\ x+y-z = 1 \\ mx+3y+2z = 3 \end{cases}$$

Resolvelo, se é posíbel, para o caso  $m = 0$ .

**23.** Discutir, segundo os valores do parámetro  $m$ , o seguinte sistema de ecuacións lineais:

$$\begin{cases} mx+y+z = 0 \\ x-my-z = 1 \\ 2x+y+z = 0 \end{cases}$$

Resolvelo, se é posíbel, para o caso  $m = 2$ .

**24.** Discutir, segundo os valores do parámetro  $m$ , o seguinte sistema de ecuacións lineais:

$$\begin{cases} x+my+mz = 1 \\ x+my+mz = m \\ my+mz = 4m \end{cases}$$

Resolvelo, se é posíbel, para o caso  $m = 1$ .

**25.** Discutir e interpretar xeometricamente, segundo os diferentes valores do parámetro  $m$ , o seguinte sistema:

$$\begin{cases} -x+y-z = -1 \\ 4x-2y+2z = 2m \\ -3x-2y+mz = -4 \end{cases}$$