

116. Calcular as seguintes integrais indefinidas:

- | | | | | | |
|----|---|-----|---|-----|---|
| a) | $\int x^3 + 4x^2 - 5x \, dx$ | s) | $\int (\ln x)^2 \, dx$ | jj) | $\int \text{sen}(5x) \text{sen}(3x) \, dx$ |
| b) | $\int (e^x + 1)e^x \, dx$ | t) | $\int x \cos x \, dx$ | kk) | $\int 4^{2x} \, dx$ |
| c) | $\int \frac{1}{(2x+8)^3} \, dx$ | u) | $\int e^x \cos^2 x \, dx$ | ll) | $\int \frac{3^x}{2^x} \, dx$ |
| d) | $\int \cos(4x+3) \, dx$ | v) | $\int x \text{sen} 4x \, dx$ | mm) | $\int 3^x \cos x \, dx$ |
| e) | $\int 4e^{3x} \, dx$ | w) | $\int x^3 \text{sen} x \, dx$ | nn) | $\int \text{arcsen} x \, dx$ |
| f) | $\int \frac{2x+1}{(x^2+x)^4} \, dx$ | x) | $\int \frac{x}{1+(x^2)^2} \, dx$ | oo) | $\int \text{arc} \tan x \, dx$ |
| g) | $\int \frac{x}{1+x^4} \, dx$ | y) | $\int \frac{3e^x}{1+e^x} \, dx$ | pp) | $\int \frac{1+\text{sen}^2 x}{\text{sen} x \cos x} \, dx$ |
| h) | $\int \frac{1}{x \ln x} \, dx$ | z) | $\int \frac{x-5}{x^2-9} \, dx$ | qq) | $\int \frac{\text{sen}^3 x}{1-\cos x} \, dx$ |
| i) | $\int \frac{3 \cos x}{\sqrt{1+\text{sen} x}} \, dx$ | aa) | $\int \frac{2x^2+5x-1}{x^3+x^2-2x} \, dx$ | rr) | $\int \sqrt{16-x^2} \, dx$ |
| j) | $\int \frac{\tan x}{\cos^2 x} \, dx$ | bb) | $\int \frac{2x+1}{x^3-x^2} \, dx$ | ss) | $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{4-x^2}} \, dx$ |
| k) | $\int \ln x \, dx$ | cc) | $\int \frac{x+1}{x^3+x^2-6x} \, dx$ | tt) | $\int \frac{e^{3x}-e^x}{e^{2x}+1} \, dx$ |
| l) | $\int x^2 e^x \, dx$ | dd) | $\int \frac{x+5}{x^3-x^2-x+1} \, dx$ | uu) | $\int \frac{e^x - e^{2x}}{e^x + 1} \, dx$ |
| m) | $\int \frac{x}{\cos^2 x} \, dx$ | ee) | $\int \frac{x^2+1}{x^4+x^3} \, dx$ | vv) | $\int \frac{x-\sqrt{x}}{x-\sqrt[3]{x^2}} \, dx$ |
| n) | $\int \frac{\ln x}{x^2} \, dx$ | ff) | $\int \frac{x^2+3}{(x+1)^2(x+2)} \, dx$ | ww) | $\int \text{sen}^2 x \, dx$ |
| o) | $\int \frac{1}{e^x + e^{-x}} \, dx$ | gg) | $\int \frac{1}{(1+x)\sqrt{x}} \, dx$ | xx) | $\int e^{\text{sen} x} \cos x \, dx$ |
| p) | $\int \frac{e^{4x} + e^x + 1}{e^x} \, dx$ | hh) | $\int \frac{x}{1+\sqrt{x}} \, dx$ | yy) | $\int \frac{e^{2x}}{1+e^{4x}} \, dx$ |
| q) | $\int \frac{\cos x}{\text{sen}^5 x} \, dx$ | ii) | $\int \frac{1}{(2-x)\sqrt{1-x}} \, dx$ | zz) | $\int (x^2 - 2x - 3) \ln x \, dx$ |
| r) | $\int \frac{\ln x}{x} \, dx$ | | | | |

117. Calcular o valor das seguintes integrais definidas:

a) $\int_{-1}^0 x^2 (x^3 + x)^2 dx$

b) $\int_{-1}^1 \frac{2x}{x^2 + 1} dx$

c) $\int_{-2}^4 |x| dx$

d) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{sen} x}{\cos^2 x} dx$

e) $\int_1^3 \sqrt{x+1} dx$

f) $\int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt{1+x^2} dx$

g) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$

h) $\int_0^{\pi} \operatorname{sen}^3 x \cos^2 x dx$

118. Calcular a área da rexión do plano delimitada pola gráfica de $f(x) = x^2 - 6x + 5$ e o eixe OX..

119. Determinar a área da rexión delimitada polas gráficas das funcións $f(x) = x$ e $g(x) = x^3$.

120. Obter a área da rexión acotada do plano limitada por $f(x) = \frac{\ln x}{x}$, o eixe OX e $x = e$.

121. Calcular a área da rexión acotada do plano limitada pola gráfica de $f(x) = x e^x$, a súa normal no punto de abscisa $x = \frac{1}{2}$ e o eixe OX.

122. Calcular a área do recinto plano limitado pola gráfica de $f(x) = x^2 \ln x$, e o eixe OX e a recta $x = 2$.

123. Determinar a área da rexión acotada do plano limitada pola gráfica de $f(x) = x \arctan x$, o eixe OX e as rectas $x = 0$ e $x = 1$.

124. Calcular a área limitada pola parábola $f(x) = 2x^2 - x$ e a recta $y = 3x$.

125. Área limitada por $f(x) = x e^{-x}$, o eixe OX e as rectas $x = 1$ e $x = 3$.

126. Área limitada pola gráfica de $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$, o eixe OX e as rectas $x = 0$ e $x = \frac{1}{2}$.

127. Calcular a área da rexión acotada do plano limitada pola gráfica de $f(x) = \frac{1}{x^3 - 3x^2 + 2x}$, o eixe OX e as rectas $x = 4$ e $x = 3$.

128. Calcular a área da rexión acotada do plano limitada pola gráfica de $f(x) = x^2 e^x$, a súa normal en $x = 1$ e o eixe OY.

129. Calcular $f(x) = \cos^2 x$ a área da rexión do plano limitada pola gráfica de, o eixe X e as rectas $x = 0$ e $x = \pi$.

130. Enunciar o teorema do valor medio do cálculo integral. Comprobar a súa verificación na función : $x \in [0, 3] \xrightarrow{f} f(x) = \sqrt{x+1}$.

131. Comprobar a verificación da tese do teorema do valor medio do cálculo integral para a función $f(x) = 3x^2 + 2x$ no intervalo $[0, 1]$.

132. Comprobar na integral $\int_0^2 (x-1)^2 dx$ a verificación do teorema do valor medio do cálculo integral.

133. Comprobar a verificación da tese do teorema do valor medio do cálculo integral para a función $f(x) = \frac{x+1}{x+3}$ no intervalo $[-2, e-3]$.

134. Achar o valor medio da función $f(x) = 2x^2 + 1$ no intervalo $[1, 3]$ e calcular en que punto do intervalo se alcanza.

135. Achar o valor medio da función $f(x) = x e^x$ no intervalo $[0, 2]$.

136. Calcular a área do recinto limitado pola parábola $y = \frac{x^2}{2}$, o eixe de ordenadas e a tanxente á parábola de pendente -1. Facer un debuxo deste recinto.

137. Sexa f unha función continua positiva tal que $1 \leq \int_0^1 f(x) dt \leq 2$. Pódese asegurar que $f(x) \geq 1$ para todo $x \in [0, 1]$? Razoar a resposta.

138. Tendo en conta que a función $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + \alpha$ toma valores positivos e negativos. Achar o valor de α de forma que a área da rexión limitada polo eixe OX, a recta $x = -1$, a recta $x = 2$ e a curva $y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + \alpha$ quede dividida polo eixe OX en dúas partes con igual área.

139. Calcular o valor de α para que a área delimitada pola curva $f(x) = \alpha \sin \frac{x}{2}$ e as rectas $y = 0$ e $x = \pi$, sexa igual a 4.

140. Demostrar, valéndose do teorema do valor medio do cálculo integral e da regra de L'Hôpital, que:

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \int_{\alpha}^{\alpha+1} \frac{\ln x}{e^x} dx = 0.$$

141. Sexa a función $M = \int_{\frac{1}{2}}^3 \frac{e^x}{x} dx$. Probar que

$$\frac{5e}{2} \leq M \leq \frac{5e^3}{6}.$$

142. Dada a función $F(x) = \int_0^x \frac{(t-1)(t-2)}{t^2} dt$. Calcular rexións de crecemento e decrecemento. Se $m(x)$ é a pendente da tanxente en $(x, F(x))$, calcular $\lim_{x \rightarrow \infty} m(x)$.

143. Calcular a área do recinto limitado polas gráficas das seguintes curvas: $xy = 1$, $y = x^2$ e $x = 3$. Facer un debuxo do recinto descrito.

144. Dada a función $F(x) = \int_1^x \frac{1 - \ln t}{t} dt$ encontrar o conxunto de definición, máximos e mínimos e calcular $\lim_{n \rightarrow \infty} |F(n+1) - F(n)|$.

145. Sexa $f(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$, e sexan $a, b \in \mathbb{R}$. Demostrar que $f(a \cdot b) = f(a) + f(b)$.

146. Sabendo que $P(x)$ é un polinomio de terceiro grao cun punto de inflexión en $(1, 0)$ e $P'''(1) = 24$ onde, ademais, a tanxente ao polinomio nese punto é horizontal, calcular $\int_0^1 P(x) dx$.

147. Dadas $f(x) = \frac{x - |x|}{2}$ e $g(x) = \begin{cases} 3x & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 & \text{se } x > 0 \end{cases}$

calcular $\int_{-1}^0 x^2 (g \circ f)(x) dx$.

148. Sexan f e g , dúas funcións continuas, definidas no intervalo $[a, b]$, que verifican que $\int_a^b f = \int_a^b g$. Demostrar que existen α e $\beta \in [a, b]$ tales que $f(\alpha) = g(\beta)$.