EXAMES SELECTIVIDADE

Xuño 2001

1

1.1 En que posición relativa poden estar tres planos no espazo que non teñen ningún punto en común?

1.2 Determina a posición relativa dos planos $\pi: x-2y+3z=4$, $\sigma: 2x+y+z+1=0$ e $\varphi: -2x+4y-6z=0$.

2

2.1 Ángulo que forman dúas rectas.

2.2 Determina o ángulo que forman a recta *r*, que pasa polo punto $(1,0,1)$ e tal que o seu vector director é $\vec{v}=(-2,0,1)$, e a recta *s* de ecuación: $\frac{x-7}{4}=\frac{y+6}{4}=\frac{z}{2}$

Setembro 2001

1

1.1 Sexan $\vec{u}$ e $\vec{v}$ dous vectores. Comproba que se $(\vec{u}+\vec{v})(\vec{u}-\vec{v})=0$ entón $|\vec{u}|=|\vec{v}|$.

1.2 Calcula os vectores unitarios que sexan perpendiculares aos vectores $\vec{u}=(-3,4,1)$ e $\vec{v}=(-2,1,0)$.

2

2.1 Definición de distancia mínima entre dúas rectas no espazo. Casos posíbeis.

2.2 Calcula a distancia entre as rectas *r* e *s*, onde *r* ten por ecuacións $r:\ x=3y=5z$ e a recta *s* pasa polos puntos $A=(1,1,1)$ e $B=(1,2,-3)$.

Xuño 2002

1 Acha a distancia do plano $\pi:\ 4x-10y+2z=-1$ ao plano $\sigma: \begin{cases} x=2\lambda+3\mu \\ y=\lambda+\mu \\ z=\lambda-\mu \end{cases}$.

2 Determina o vector (ou vectores) unitarios, $\vec{v}=(a,b,c)$ (con $a>0, b>0, c>0$), que formen un ángulo de $\pi/6$ radiáns co vector $\vec{u}=(1,1,1)$ e un ángulo de $\pi/4$ radiáns con $\vec{w}=(2,0,2)$.

Setembro 2002

1

1.1 Deduce as ecuacións vectorial, paramétricas e implícita (ou xeral) dun plano determinado por un punto e dous vectores directores.

1.2 Dados os puntos $P=(3,4,1)$ e $Q=(7,2,7)$, determina a ecuación xeral do plano perpendicular ao segmento $\overline{PQ}$ e que pasa polo punto medio dese segmento

2

2.1 Definición e interpretación xeométrica de produto vectorial de dous vectores.

2.2 Dados os vectores $\vec{u}=(-2,0,4)$ e $\vec{v}=(-1,0,\alpha)$, para que valores de α o módulo do vector $(\vec{u}+\vec{v})\wedge(\vec{u}-\vec{v})$ vale 4?

Xuño 2003

1

1.1 Definición de módulo dun vector. Propiedades.

1.2 Determina os valores de *a* e *b*, *a>0*, para que os vectores $\vec{v}_1 = (a, b, b)$, $\vec{v}_2 = (b, a, b)$ e $\vec{v}_1 = (b, b, a)$ sexan unitarios e ortogonais dous a dous.

2

2.1 Ángulo que forman unha recta e un plano.

2.2 Determina o ángulo que forman o plano $\pi:\ x + 2y - 3z + 4 = 0$ e a recta $r: \begin{cases} 2x - y = 0 \\ 3y + 2z = 12 \end{cases}$.

Setembro 2003

1

1.1 Que significa xeometricamente que tres vectores do espazo tridimensional sexan linealmente independentes?

1.2 Dados os vectores $\vec{u}_1 = (1, 2, 1), \vec{u}_2 = (1, 3, 2), \vec{v}_1 = (1, 1, 0)\ e\ \vec{v}_2 = (3, 8, 5)$ demostrar que os vectores $\vec{u}_1\ e\ \vec{u}_2$ dependen linealmente dos vectores $\vec{v}_1\ e\ \vec{v}_2$. Determina a ecuación xeral do plano que pasa pola orixe e contén os vectores $\vec{v}_1\ e\ \vec{v}_2$, e determina a posición relativa dos vectores $\vec{u}_1\ e\ \vec{u}_2$ respecto a ese plano.

2

2.1 Definición de produto escalar de dous vectores. Interpretación xeométrica.

2.2 Determina a ecuación que satisfán os vectores ortogonais á recta $r: \begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x - y + 3z = 0 \end{cases}$.

Interpreta xeometricamente o resultado obtido.

Xuño 2004

3

3.1 Distancia entre dúas rectas que se cruzan.

3.2 Acha a distancia entre as rectas *r* e *s* de ecuacións: $r: \begin{cases} x = \alpha \\ y = -1 \\ z = 1 - \alpha \end{cases}$, $s: \begin{cases} x = 1 - \beta \\ y = 2 \\ z = 2\beta \end{cases}$.

3.3 Ángulo que forman dúas rectas. Condición de perpendicularidade.

3.4 Determina o ángulo que forman a recta que pasa polos puntos $A = (1, 0, -1)$, $B = (0, 1, -2)$ e a recta de ecuación: $x = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}$

Setembro 2004

1

1.1 Comproba que os puntos $A = (1, 0, 3)$, $B = (-2, 5, 4)$, $C = (0, 2, 5)\ e\ D = (-1, 4, 7)$ son coplanarios. $(\vec{u} + \vec{v})(\vec{u} - \vec{v}) = 0$. De todos os triángulos que se poden construír tendo como vértices tres deses catro puntos, cal é o de maior área? Obter o valor de dita área.

1.2 Calcula os vectores unitarios que sexan perpendiculares aos vectores $\vec{u}=(-3,4,1)$ e $\vec{v}=(-2,1,0)$.

2

2.1 Definición de distancia mínima entre dúas rectas no espazo. Casos posíbeis.

2.2 Acha a ecuación xeral do plano π que contén á recta $r:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z}{2}$ e é paralelo á recta *s* que pasa polos puntos $P=(2,0,1)$ e $Q=(1,1,1)$. Calcula a distancia de *s* a π.

Xuño 2005

1

1.1 Calcular a distancia entre as rectas de ecuacións $r: x=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-4}{7}$ e $s: x-2=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-3}{4}$.

2

2.1 Demostrar que os puntos $P=(0,0,4)$, $Q=(3,3,3)$, $R=(2,3,4)$ e $S=(3,0,1)$ son coplanarios e determinar o plano que os contén.

Setembro 2005

1

1.1 Que condición deben cumprir os coeficientes das ecuacións xerais de dous planos para que estes sexan perpendiculares?

1.2 Ache o ángulo que forman os planos $\pi: 2x-y+z-7=0$ e $\sigma: x+y+2z=11$

2

2.1 Definición de produto mixto de tres vectores. Pode ocorrer que o produto mixto de tres vectores sexa cero sen ser ningún dos vectores o vector nulo? Razoa a resposta.

2.2 Para $\vec{u},\vec{v},\vec{w}$ tres vectores no espazo tales que $|\vec{u}|=2, |\vec{v}|=3, |\vec{w}|=5$, acha os valores mínimo e máximo do valor absoluto do seu produto mixto.

Xuño 2006

1

1.1 Definición e interpretación xeométrica do produto vectorial de dous vectores en $\mathbb{R}^3$.

1.2 Calcula os vectores unitarios e perpendiculares aos vectores $\vec{u}=(1,-2,2)$ e $\vec{v}=(1,0,1)$.

1.3 Calcula a distancia da orixe de coordenadas ao plano determinado polo punto $(1,1,1)$ e os vectores $\vec{u}=(1,-2,2)$ e $\vec{v}=(1,0,1)$.

2 Dado o plano $\pi:\ 2x+\lambda y+3=0$ e a recta $r:\begin{cases} x+2y-2z+6=0 \\ 7x-y-2z=0 \end{cases}$

2.1 Calcula o valor de λ para que a recta *r* e o plano π sexan paralelos. Para ese valor de λ, calcula a distancia entre *r* e π.

2.2 Para algún valor de λ, a recta está contida no plano? Xustifica a resposta.

2.3 Para algún valor de λ, a recta e o plano son perpendiculares? Xustifica a resposta.

Setembro 2006

1

1.1 Dados os vectores $\vec{u}=(1,0,-1)$ *e* $\vec{v}=(1,1,0)$, calcula os vectores unitarios de $\mathbb{R}^3$ que son ortogonais aos dous vectores dados.

1.2 Sexa π o plano determinado polo punto $P=(2,2,2)$ e os vectores $\vec{v}=(1,0,-1)$ e $\vec{v}=(1,1,0)$. Calcula o ángulo formado polo plano π e a recta que pasa polos puntos $O(0,0,0)$ *e* $Q(2,-2,2)$.

1.3 Calcula o punto simétrico de $O(0,0,0)$ respecto do plano $x-y+z-2=0$.

2 Os lados dun triángulo están sobre as rectas :

$$r_1:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+1}{2},\quad r_2:\begin{cases}x=2+t\\ y=2+t,\\ z=-1\end{cases}\quad r_3:\begin{cases}x-y-z-1=0\\ x-z=0\end{cases}$$

2.1 Calcula os vértices do triángulo. É un triángulo rectángulo? Razoa a resposta.

2.2 Calcula a ecuación do plano π que contén ao triángulo. Calcula a intersección do plano π cos eixes OX, OY e OZ.

Xuño 2007

1

1.1 Os puntos $A(1,1,0), B(0,1,1)$ *e* $C(-1,0,1)$ son os vértices consecutivos dun paralelogramo *ABCD*. Calcula as coordenadas do vértice *D* e a área do paralelogramo.

1.2 Calcula a ecuación do plano que pasa polo punto $B(0,1,1)$ e é perpendicular á recta que pasa polos puntos $A(1,1,0)$ *e* $C(-1,0,1)$.

2 Dadas as rectas $r:\begin{cases}x=1\\ y=2+\lambda,\\ z=2+2\lambda\end{cases}\ s:\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+2}{2}$.

2.1 Estuda a posición relativa.

2.2 Calcula a ecuación do plano que contén ás dúas rectas.

Setembro 2007

1

1.1 Calcula *m* para que os puntos $A(2,1,-2), B(1,1,1)$ *e* $C(0,1,m)$ estean aliñados.

1.2 Calcula o punto simétrico do punto $P(-2,0,0)$ respecto da recta que pasa polos puntos $A(2,1,-2)$ *e* $B(1,1,1)$

2 Dadas as rectas $r:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{-3},\ s:\begin{cases}x=1+\lambda\\ y=3+2\lambda\\ z=1+\lambda\end{cases}$.

2.1 Estuda a súa posición relativa.

2.2 Calcula a ecuación do plano que contén á recta *r* e é paralelo á recta *s*.

Xuño 2008

1

1.1 Sexan $\vec{u}\ e\ \vec{v}$ dous vectores tales que $|\vec{u}|=3, |\vec{v}|=4, |\vec{u}-\vec{v}|=5$. Calcula o ángulo que forman os vectores $\vec{u}\ e\ \vec{v}$. Calcula o produto mixto $[\vec{u},\vec{v},\vec{u}\times\vec{v}]$, sendo $\vec{u}\times\vec{v}$ o produto vectorial de $\vec{u}\ e\ \vec{v}$.

1.2 Dadas as rectas $r:\dfrac{x-3}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{-2},\ s:\begin{cases} x=1+6\lambda \\ y=4\lambda \\ z=-4\lambda \end{cases}$, estuda a súa posición relativa e calcula a ecuación do plano que pasa polo punto $P(1,1,1)$ e contén a *r*.

2

2.1 Son coplanarios os puntos $A(1,0,0), B(3,1,0), C(1,1,1)\ e\ D(3,0-1)$? En caso afirmativo, calcula a distancia da orixe de coordenadas ao plano que os contén.

2.2 Calcula o punto simétrico do punto $P(0,0,1)$ respecto do plano $\pi:\ x-2y+2z-1=0$.

Setembro 2008

1

1.1 Calcula a distancia da orixe de coordenadas ao plano que pasa polo punto $P(1,1,2)$ e é perpendicular á recta $r:\begin{cases} 4x+y-z=0 \\ y+z=0 \end{cases}$.

1.2 Calcula a área do triángulo que ten por vértices os puntos de intersección do plano $\pi: x-2y+2z-3=0$ cos eixos de coordenadas. É un triángulo rectángulo?

2

2.1 Dados os planos $\pi_1: x-2y+2z-1=0,\ \pi_1:\begin{cases} x=3+2\lambda+2\mu \\ y=2\lambda-2\mu \\ z=1+\lambda-3\mu \end{cases}$, estuda a súa posición relativa e calcula a distancia entre eles.

2.2 Dado o punto $P(2,1,7)$, calcula o seu simétrico respecto ao plano π_2.