5 1. Ecuacións

Páx. 1.4

ECUACIÓN: é unha igualdade entre dúas expresións alxébricas.

Exemplos: $6x+5y = 27$ $x^2 = 6x-5$

- INCÓGNITA (S): letra (ou letras) que aparecen na ecuación.
- SOLUCIÓN: é o valor (ou valores) da letra (ou letras) que cumpren á igualdade.

Exemplos: O 1 é unha solución da ecuación $x^2 = 6x-5$ por que: $1^2 = 6\cdot 1-5$

O 2 e o 3 son unha solución da ecuación $6x+5y = 27$ por que: $6\cdot 2+5\cdot 3 = 27$

- Unha ecuación chámase compatíbel se ten algunha solución. Se non ten solución chámase incompatíbel.

- Dúas **ecuacións** son **equivalentes** cando teñen a mesma solución.

Regras que nos permiten pasar dunha ecuación a outra equivalente:

Regra da suma:

Se aos dous membros dunha ecuación se lles suma ou resta o mesmo número ou unha mesma expresión alxébrica, obtense outra ecuación equivalente.

Transposición de termos: (O que suma nun membro pasa para o outro restando e viceversa)

Exemplo:

$$4x + 7 = 39$$
$$\downarrow$$
$$4x + \cancel{7-7} = 39-7$$
$$\downarrow$$
$$4x = 32$$

Directamente:

$$4x + 7 = 39$$
$$\downarrow$$
$$4x = 39-7$$
$$\downarrow$$
$$4x = 32$$

Regra do produto:

Se aos dous membros dunha ecuación se multiplican ou dividen por un mesmo número distinto de cero, obtense outra ecuación equivalente.

"Os números que multiplican ou dividen a todo un membro poden pasar para o outro dividindo e viceversa"

Exemplo:

$$4\,x = 20$$
$$\downarrow$$
$$\frac{\cancel{4}\,x}{\cancel{4}} = \frac{20}{4}$$
$$\downarrow$$
$$x = 5$$

Directamente:

$$4\,x = 20$$
$$\downarrow$$
$$x = \frac{20}{4}$$
$$\downarrow$$
$$x = 5$$

5 — 2. Ecuacións de 1º grao e unha incógnita — Páx. 2.4

Ecuación de primeiro grao é a que as incógnitas en ningún caso están multiplicadas ou divididas entre si.

As ecuacións de primeiro grao con unha incógnita poden transformarse nunha ecuación equivalente da forma **a x + b = 0**. Onde x é a incógnita e a e b son números reais.

A solución será: $x = -\frac{b}{a}$

Exemplo:

$$2(x+6)+7x = 4(x+5)+2 \Rightarrow 2x+12+7x = 4x+20+2 \Rightarrow 5x-10 = 0 \Rightarrow x = \frac{10}{5} \Rightarrow x = 2$$

- A ecuacións de primeiro grao segundo as solucións poden ser dos seguintes tipos:

Ecuacións compatibles: teñen solución

Compatibles determinadas: teñen unha soa solución. Exemplo: x + 5 = 9

Compartibles indeterminada: teñen infinitas solucións. Exemplo: x - 4 = x - 4

Ecuacións incompatibles: non teñen solución. Exemplo: x + 5 = x + 3

- **Resolver unha ecuación consiste en calcular o valor da incógnita que cumple a ecuación.**

Método de resolución:

- Se hai denominadores, eliminamos denominadores calculando o m.c.m dos denominadores dos dous membros.
- Se hai parénteses elimínanse aplicando a propiedade distributiva.
- Transposición de termos (incógnitas para un membro e termos independentes para o outro).
- Redución de termos semellantes.
- Despexamos a incógnita.

Exemplo: - 3 (2x + 1) + 5 ·(- x + 6) = 5

1º elimamos parénteses aplicando a propiedade distributiva: -6x – 3 – 5x + 30 = 5

2º transposición de termos: -6x – 5x = 5 - 30 + 3

3º redución de termos semellantes: -11x = -22

4º multiplicamos por (-1) para cambiar de signo ás x: 11x = 22

5º despexamos a incógnita: **x = 2**

Unha ecuación de segundo grao é unha igualdade alxébrica que pode expresarse na forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

sendo **a, b** e **c** números reais e **a ≠ 0** .

Se $b \neq 0$ e $c \neq 0$, dise que a ecuación é completa. Se b=0 ou c=0 a ecuación é incompleta.

Exemplos: Ecuacións completas: $3x^2 - 5x + 7 = 0, \; -x^2 + 4x - 6 = 0$

Ecuacións incompletas: $2x^2 - 5x = 0, \; -3x^2 + 5 = 0, \; 2x^2 = 0$

RESULUCIÓN DE ECUACIÓNS DE SEGUNDO GRAO INCOMPLETAS:

Ecuacións do tipo: $ax^2 = 0$

Para este tipo de ecuación basta con despexar x e obtemos a solución: $x = 0$

Exemplo

$$4x^2 = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x^2 = \frac{0}{4} = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x = \sqrt{0} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x = 0$$

Ecuacións do tipo: $ax^2 + bx = 0$

Para este tipo de ecuación basta con sacar factor común x e Igualar os dous factores a cero.

Obtemos dúas solucións: $x_1 = 0$ e $x_2 = \dfrac{-b}{a}$

Exemplo

$$4x^2 - 12x = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 4x(x-3) = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow 4x = 0, \; x - 3 = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x = 0, \; x = 3$$

Ecuacións do tipo: $ax^2 + c = 0$

Para este tipo de ecuación basta con despexar x^2 e facer a raíz cadrada.

Se $\dfrac{-c}{a} < 0$ non existe solución.

Se $\dfrac{-c}{a} > 0$ ten dúas solucións: $x = \pm\sqrt{\dfrac{-c}{a}} = \begin{cases} x_1 = \sqrt{\dfrac{-c}{a}} \\ x_2 = -\sqrt{\dfrac{-c}{a}} \end{cases}$

Exemplo

$$2x^2 - 32 = 0 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x^2 = \frac{32}{2} = 16 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{16} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow x = 4, \; x = -4$$

$2x^2 + 32 = 0$ non ten solución porque $\dfrac{-c}{a} = \dfrac{-32}{2} = -16 < 0$

RESULUCIÓN DE ECUACIÓNS DE SEGUNDO GRAO COMPLETAS:

Ecuacións do tipo: $ax^2 + bx + c = 0$

Para resolver as ecuacións de segundo grao completas, aquelas nas que *a*, *b* e *c* son distintos de cero, utilízase a seguinte fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{cases}$$

Exemplo

$$2x^2 - 13x + 20 = 0$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 160}}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \; x = \frac{13 \pm 3}{4} \Rightarrow$$

$$x_1 = 4, \quad x_2 = \frac{5}{2}$$

Discriminante dunha ecuación de 2º grao.

Chámase discriminante dunha ecuación de segundo grao $a\,x^2 + bx + c = 0$, á expresión:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

(Adoita designarse coa letra grega Δ, Delta)

Segundo sexa o signo do discriminante o número de solucións da ecuación será:

- Se $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ existen dúas solucións reais distintas.
- Se $\Delta = b^2 - 4ac = 0$ existen dúas solucións reais iguais (solución dobre).
- Se $\Delta = b^2 - 4ac < 0$ non existe solución real.

Exemplos:

$4x^2 + 6x + 2 = 0,\ 6^2 - 4 \cdot 4 \cdot 2 = 4 > \ \Rightarrow \exists$ dúas solucións distintas

$4x^2 + 12x + 9 = 0,\ 12^2 - 4 \cdot 4 \cdot 9 = 0 > \ \Rightarrow \exists$ existe unha solución dobre

$3x^2 + 6x + 5 = 0,\ 6^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5 = -24 > \ \Rightarrow \nexists$ solución real

Suma e produto das solucións (raíces) dunha ecuación de segundo grao

Se x_1 e x_2 son as solucións dunha ecuación de segundo grao $a\,x^2 + bx + c = 0$ verifícase:

Suma: $x_1 + x_2 = \dfrac{-b}{a}$ Produto: $x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}$

Exemplo: $3x^2 - 27x + 60 = 0$, (Solucións $x_1 = 4,\ x_2 = 5$) $\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \dfrac{-b}{a} = \dfrac{-(-27)}{3} = 9 \\ x_1 \cdot x_2 = \dfrac{60}{3} = 20 \end{cases}$